

液柱内温度差マランゴニ対流の振動流に対する全周加熱制御*

工藤 正樹† 河村 洋†

Control of Oscillatory Thermocapillary Convection in a Half-Zone Liquid Bridge by Circumferential Round Heating

Masaki KUDO and Hiroshi KAWAMURA

Abstract

A new scheme of active control was tested on nonlinear thermocapillary convection in a half-zone liquid bridge of a high Prandtl number fluid. In the half-zone method, two co-axial cylindrical rods hold a liquid bridge by surface tension. By applying a temperature difference between the rods, a thermocapillary flow is induced in the liquid bridge. The convection changes from a two-dimensional steady flow to a three-dimensional oscillatory one at a critical value of temperature difference or of Marangoni number. The control was realized by introducing concentric circular wire heater in order to heat round of the liquid bridge azimuthally. With this control scheme, one can suppress the oscillatory convection without minding the spatio-temporal fluctuation of the temperature over the free surface. The comparison between the present control scheme and the previous local heating by our group was conducted in terms of the time series of the surface temperature variations and the visualized flow field from the top. The experiment was conducted on a unit-aspect-ratio liquid bridge where the most unstable azimuthal mode had wavenumber 2 without control. The control with the present scheme achieved more significant attenuation of the temperature oscillation for a wider range of Marangoni number. The amplitude of the oscillation was able to be suppressed to a few percent of the initial value up to about 200 percent of the critical Marangoni number. The dependence of the control performance upon the position of the heater was investigated and found significant for both the control schemes. A mechanism of the stabilization from the oscillatory to the steady flow was examined. The stabilization is due to the reduction of the thermocapillary flow caused by the variation of the axial surface temperature distribution.

Key Words : *Thermocapillary convection, Half-zone liquid bridge, Oscillation, Control*

記号		Γ	: アスペクト比 = H/R	
H	: 液柱高さ	[m]	ϕ	: 周方向位置 [rad]
Ma	: マランゴニ数 = $\sigma_T \Delta T H / (\rho \nu \kappa)$		γ	: 抑制比 = $\theta_{rms\ controlled} / \theta_{rms\ uncontrolled}$
n	: 波数		κ	: 温度拡散係数 [m ² /s]
Pr	: プラントル数 = ν/κ		ν	: 動粘性係数 [m ² /s]
Q	: 制御入力	[W]	θ	: 無次元表面温度変動 = $T' / \Delta T$
R	: 液柱半径	[m]	ρ	: 密度 [kg/m ³]
Re_σ	: 温度差マランゴニ・レイノルズ数 = Ma / Pr		σ_T	: 表面張力の温度係数 [N/m·K]
T'	: 表面温度の時間平均に対する変動分	[K]	添字	
t	: 時間	[s]	cr	: 臨界値
ΔT	: 液柱端面間温度差	[K]	$controlled$: 制御あり
ε	: 過臨界パラメータ = $(Ma - Ma_{cr}) / Ma_{cr}$		$uncontrolled$: 制御無し
			rms	: 変動強さ

* 受理日: 2005年9月20日, 担当エディター: 今石 宣之

† 東京理科大学 理工学部機械工学科 (〒278-8510 千葉県野田市山崎 2641)

1. 緒言

微小重力環境下において、自由表面を有する液体では、表面上に温度差または濃度差が存在する場合、表面張力差を駆動力とするマランゴニ対流が顕在化する。特に温度差により表面張力差が生じるものを温度差マランゴニ対流と呼ぶ。材料科学分野において、半導体単結晶育成法の一つ、フローティングゾーン法 (Floating Zone 法, 以下 FZ 法) の研究が行われている。この凝固過程において、融液柱の気液界面に生ずる三次元非定常マランゴニ対流が原因となり、均質な単結晶を精製できないことが知られている[1]。そのためマランゴニ対流の様々な遷移条件や流れの構造について検討し、最終的には対流の制御手法を確立することが求められる。

FZ 法に関する基礎研究として、FZ の半分の領域を模擬したハーフゾーン法 (Half Zone 法, 以下 HZ 法) が広く用いられている (図 1)。HZ 法は、液柱の一方の端面を高温に保ち、他方を低温に保つことで、液柱内にマランゴニ対流を生起させる方法である。液柱に付加した温度勾配を増大させ、ある臨界点を越えると、その対流場は二次元定常流から三次元非定常振動流へ遷移する[2, 3]。マランゴニ対流の強さを表わす無次元数であるマランゴニ数を以下のように定義する。

$$Ma = \frac{\sigma_T \Delta T \cdot H}{\rho \nu \kappa} = \frac{\sigma_T \Delta T \cdot H}{\rho \nu^2} \cdot \frac{\nu}{\kappa} = Re_\sigma \cdot Pr \quad (1)$$

ここで σ_T : 表面張力温度係数, ΔT : 液柱端面間温度差, ρ : 密度, ν : 動粘性係数, κ : 温度拡散係数, Re_σ : 温度差マランゴニ・レイノルズ数, Pr : プラントル数である。二次元定常流から三次元非定常振動流へ遷移する時のマランゴニ数を臨界マランゴニ数 Ma_{cr} と呼び、過臨界状態を表わすパラメータを次のように定義する。

$$\varepsilon = \frac{Ma - Ma_{cr}}{Ma_{cr}} \quad (2)$$

三次元振動流においては、液柱の縦横比 (アスペクト比) に応じて、周方向に波数を有する様々な対流構造が観察される。これをモード構造と呼ぶ[3, 4]。高 Pr 数流体を用いた実験では、対流場と温度場の振動は強くカップリングしており、振動流への遷移と同時に液柱温度にも振動が生じる[5]。

近年、液体自由表面の温度振動を抑制することに

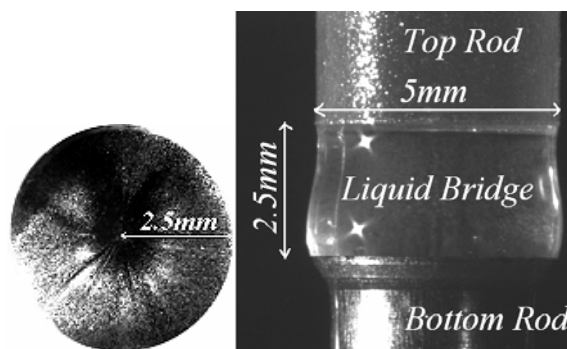


Fig. 1 Half-zone liquid bridge (left: top view, right: side view)

より対流を安定化するという発想のもと、薄液膜[6]や円筒状容器[7-10]などの体系において、高 Pr 数流体マランゴニ対流の制御が行なわれるようになった。Shiomi ら[7-10]は、円筒状容器内液層に生じる三次元非定常流の抑制に成功した。彼らは液層表面温度振動の空間的規則性に従って、対となる温度センサと電気ヒータを配置した。その上でセンサが取得した局所的な表面温度を制御出力として、線形制御則に従い制御入力を求め、対となるヒータが表面を局所的に加熱するフィードバック制御を行った。本研究で対象とする HZ 液柱に制御を行った研究には、Petrov ら[11, 12]の例がある。彼ら[11, 12]は、温度センサにより取得した局所的な表面温度を制御出力として、非線形制御則に従い制御入力を計算し、熱電素子により表面を局所的に加熱および冷却するフィードバック制御を行っている。しかし、これらは振動流遷移後 ($\varepsilon < 0.1$) の非線形性の弱い領域にとどまっていた。

一方、著者ら[13]は Shiomi ら[7-10]と同様の単一モード制御を用いて、比較的強い非線形性を有する対流場 ($\varepsilon < 0.4$) での振動流の完全な抑制に成功した。しかしさらに高い ε では、制御中に異なる周方向波数を有するモード構造が励起され、制御効果が低下することがわかった。これを克服するために、従来対象としていた非制御時に支配的なモード構造だけでなく、制御により励起される新たなモード構造にも対応できる複数モード制御を構築した[14]。この制御法を適用した結果、単一モード制御に比べて高い制御効果を得ることができた。また、単一モード制御では励起してしまうモード構造も、複数モード制御では抑制できることを示した。しかし、それでもなお考慮できなかった高次のモード構造の出現によって、完全な抑制は達成できなかった。原理的に

は、センサと制御用ヒータを増やすことで、この問題を解決できると予想されるが、液柱のサイズによる空間の制限があるため、その実現は難しい。

そこで本研究では、モード構造に依存しない制御手法の構築を目的とし、従来の局所加熱ではなく周方向に一周加熱するという新しい方法を提案して、制御下の表面温度の挙動、および対流場の変化を調べることを目的とする。特に抑制効果、モード構造の変化に注目する。

2. 実験

2.1 実験装置

本研究における実験装置(液柱形成部, 可視化部, 制御入出力部)を図2に示す。試験流体として、動粘度が5 cStのシリコンオイル(信越化学工業(株)製 KF-96L-5cSt ($Pr = 68$, at 25 °C))を主として用いた。同一半径2.5 mmを有する上下ロッドの間に液柱を形成する。液柱の体積は、上下ロッド直径と液柱高さにより決まる真円柱とほぼ等しくした。液柱の高さ H と液柱半径 R の比で決定されるアスペクト比 $\Gamma = H/R$ は1.0で一定とした。このアスペクト比では、液柱内振動流は周方向波数 n が2のモード構造(以下、モード2と呼ぶ)を呈する[3, 4]。上部ロッドに熱伝導率が高く透明な人工サファイアを用い、その周りにヒータを巻きつけて加熱ロッドとした。これにより上部端面からの観察を可能にした。下部ロッドはアルミニウムを用い、冷却ロッドとし、上下ロッドに取り付けた熱電対により付加した温度差を測定しつつ、ロッド間に温度差を与えてマランゴニ対流を発生させた。本実験は室温環境下(およそ20 °C)で行なった。

対流場の可視化を行なうために、密度が試験流体に近い微粒子(ポリスチレン粒子, 公称直径17 μm , 密度比1.07)を用いてCCDカメラにより観測を行った。観察のために、コールドライトによる液柱全体の照明および赤色半導体レーザーにより液柱断面の照明を行なった。

表面温度計測には定電流型冷線温度計を用いた。サンプリング周波数50 Hzで自由表面温度を取得した。センサは対流場に影響を及ぼさないよう、微細な白金線(受感部線径2.5 μm , 長さ約300 μm)のプローブを用いた。先端形状は曲率を持たせ、受感部のみを挿入し、センサ挿入によるメニスカスを極力抑える構造とした。また制御用ヒータは、線径200

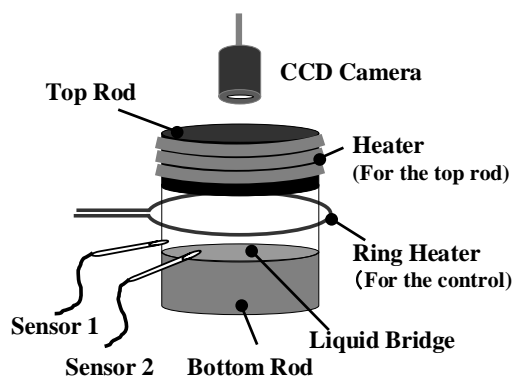


Fig. 2 Experimental apparatus

μm のニクロム線を半径 3 ± 0.2 mmのリング状に加工し作成した。センサは液柱高さ $0.25 H$ において液柱に触れる程度に挿入し、ヒータは上下ロッドに対して同心位置に配置し、高さを幾つか変えてその影響を調べた。モード2の周方向温度分布を考慮し、二本のセンサを $\pi/4$ だけ離して配置した。温度振動の周方向波数は対流構造の持つ周方向波数と同一であり、モード2では $\pi/2$ の整数倍で温度振動が0となる。

2.2 制御手法

ここで従来の制御法を「局所加熱制御」、新しく導入した制御法を「全周加熱制御」と呼ぶことにする。全周加熱制御では、時間的(t)にも周方向(ϕ)にも一定の制御入力 Q を与えることとした点が、本研究の特色である。

$$Q(\phi, t) = \text{Const.} \quad (3)$$

また制御効果の比較のために、局所加熱制御[13]も用いて実験した。文献[13]と同様に、センサ1-ヒータ1, センサ2-ヒータ2という二つのセンサ・ヒータ対を構成した。各センサーヒータは周方向に $\pi/2$ 離して配置し、センサ1-センサ2は $\pi/4$ 離して配置した。

3. 実験結果

3.1 非制御時の対流場

はじめに非制御時の対流場について説明する。本実験ではアスペクト比 $\Gamma = 1.0$ の液柱においては、臨界マランゴニ数 $Ma_{cr} \approx 2.6 \times 10^4$ (常温環境下20 °C)を境として三次元非定常振動流へと遷移する[14]。

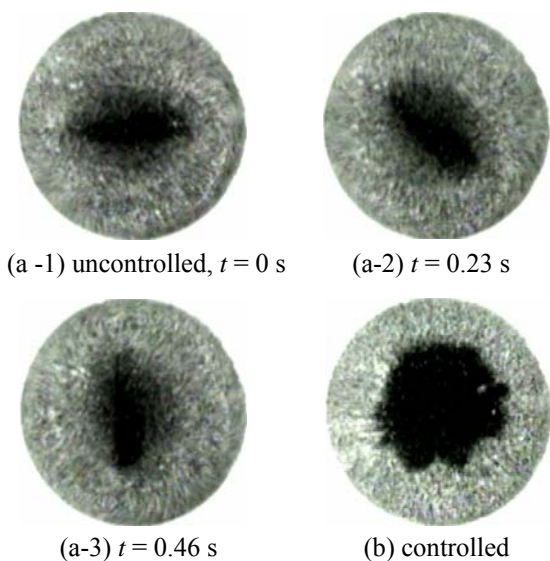


Fig. 3 Flow visualization of the mode-2 traveling wave type oscillatory flow. (a): uncontrolled flows, and (b): controlled ($Q = 0.35$ W, $\varepsilon = 0.77$)

過臨界パラメータが $0 < \varepsilon < 0.4$ の条件では脈動振動流が、さらに $\varepsilon \geq 0.4$ の条件では回転振動流が観察される[13, 14]. 上部ロッド端面側から観察すると、液柱中心に可視化用粒子の入り込まない領域（粒子不在領域）を観察することができ(図 3), モード 1 では偏心した円形, モード 2 は楕円形, $n \geq 3$ のモードは n 角形を呈する. 図 3(a)に本研究で対象とするモード 2 の振動流 ($\varepsilon = 0.77$, 回転振動流)の可視化画像を示す. 図は回転振動流が時計回りに回転する様子を示している. 粒子不在領域を観察することで, 対流場の変化がよくわかるので, 本研究ではこれに注目する.

3.2 全周加熱制御

まず全周加熱制御において, ヒータの位置を液柱高さ $1/2H$ に定めて実験を行った. はじめに, 制御下の対流場の変化を観察した. 制御開始後, 充分時間が経過した後の対流場を図 3(b)に示す. 粒子不在領域は, 制御開始後に周方向の振動がおさまリ, 楕円形から円形に変化するのが見られる. これは回転振動流が二次元定常流に抑制されたことを示す. この時, 粒子不在領域は半径方向に広がっている. 後の節にて, これをふまえて振動流が抑制されるメカニズムを考察する.

続いて, 制御下における液柱自由表面の局所的な温度の時系列データを図 4 に示す. ここで θ は無次

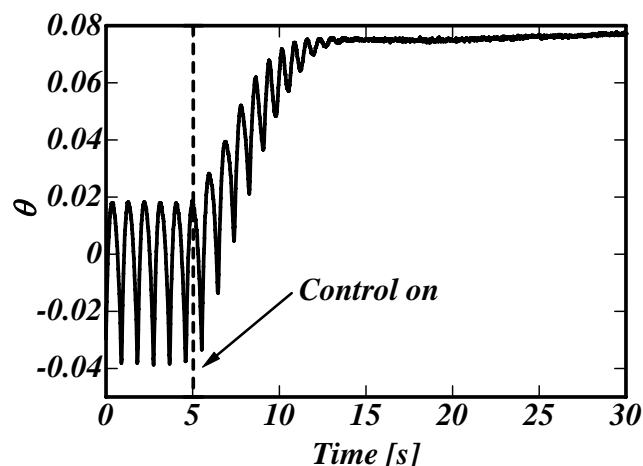


Fig. 4 Time series of local temperature signal θ with control started at $t = 5$ s ($Q = 0.35$ W, $\varepsilon = 0.77$)

元化した表面温度変動の計測値 $\theta(\phi, t) = T'/\Delta T$ である. T' は液柱高さ $1/4H$ における, ある周方向位置の表面温度に対して, 非制御時の時間平均値を差し引いたものである. 図中では 5 s で制御を開始した. 制御開始前は約 1 Hz の振動が見られ, 開始後は温度の平均値が上昇するとともに振動が減衰するのがわかる. 充分時間がたつと振動は消滅する. $\pi/4$ 離れたもう一つのセンサでも同様な結果が得られており, 温度振動の抑制が液柱自由表面の広域に及ぶことを示している. このように, これまで行ってきた局所加熱制御[13, 14]では, $\varepsilon > 0.4$ で振動流を二次元定常流へと抑制することはできなかったが, 図 3, 4 に示すとおり, $\varepsilon = 0.77$ という高い ε においても, 全周加熱制御では抑制することができた.

次に全周加熱制御において, 制御入力 Q と抑制効果 γ の関係を調べた. 図 5 に全周加熱制御における加熱量と抑制効果を示す. 抑制効果を評価するパラメータである抑制比を以下のように定義する.

$$\gamma = \frac{\theta_{rms\ controlled}}{\theta_{rms\ uncontrolled}} \quad (4)$$

ここで $\theta_{rms\ uncontrolled}$ は非制御時の温度変動強さを示し, $\theta_{rms\ controlled}$ は制御下での温度変動強さを示す. 高 ε では試験流体の蒸発が激しく, 液柱の形状を一定に保つのが困難となってくるので, $\varepsilon < 1.9$ までの実験を行った. さて, いずれの ε の結果も同様の傾向を示すが, 制御入力 Q を 0 W から増加させるにつれて抑制効果が向上し (すなわち γ が小さくなる), その後, 抑制効果が最大 ($\gamma \approx 0$) となる. この時, 対流の可視化によって, 振動流が二次元定常流に制御

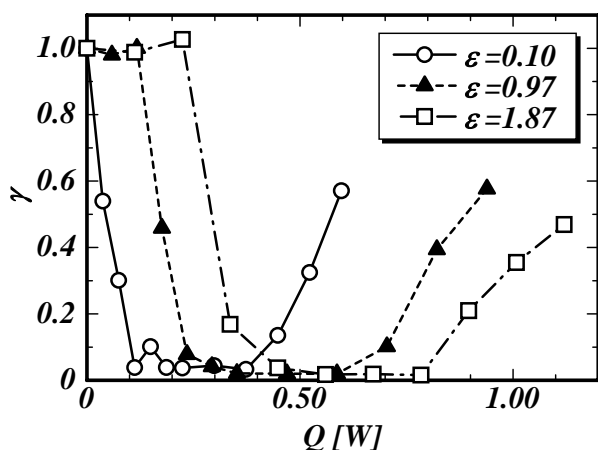


Fig. 5 Control performance γ with respect to heater input Q for different ε

されるのが観察された。制御入力 Q をさらに増加させると抑制効果が減少することがわかる。この時、対流の可視化によって、モード1の回転振動流が励起されるのが観察された。これらの傾向は、局所加熱制御における傾向[13, 14]と良く似ている。他方、振動流を完全に抑制するのに必要な制御入力を見ると、およそ 0.10 ~ 0.50 W であり、これは局所加熱制御で振動流を抑制するのに必要な入力の 10 倍以上である。しかし $\varepsilon = 0.77$ の状態に液柱端面間温度差を維持するのに 1.5 W 強の入力が必要であることがわかっているため、全周加熱制御では、その 10% 程度の制御入力で行うことが可能になる。

本実験では液柱高さ $1/2H$ にヒータを配置しているため、制御入力が増大した場合には、中心位置が最高温度となるフルゾーン状態に変化することが懸念される。そこで幾つかの ε についてヒータ対向面付近の液柱表面温度を計測した。表面温度の計測に微細な熱電対(素線径 25 μm)を用いた。ヒータと液柱の隙間に斜め上から熱電対を挿入し、先端を液柱表面に接触させて測定した。例として $\varepsilon = 1.00$ の計測結果を示す。ヒータ対向面付近の液柱表面と下部ロッド(冷却側)の温度差は、非制御時では上下ロッド間温度差 ΔT の 61% 程度であったが、制御が良好な場合には ΔT の 65% 程度となった。モード1を励起する最小の入力を与えた場合でも、 ΔT の 65% 程度であった。これからモード1が励起された条件でも、HZ 状態の温度分布が維持されるといえる。

次に局所加熱制御と全周加熱制御において ε と γ の関係を図 6 に示す。全周加熱制御に関しては、 Pr 数の異なるシリコンオイルを用いた結果も示す。

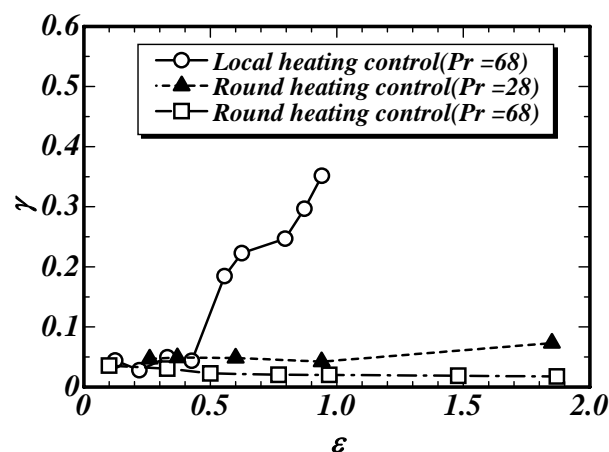


Fig. 6 Control performance γ vs. ε

図 6 から局所加熱制御は $\varepsilon \leq 0.4$ で振動流を完全に抑制できるが、一方全周加熱制御は非常に高い ε まで完全に抑制できるのがわかる。以上から全周加熱制御は非常に高い ε まで振動流を抑制できるが、比較的大きな制御入力が必要とし、一方、局所加熱制御は低い ε での抑制に限られるが、少ない入力でも済み、効率が良い制御法と言える。

3.3 加熱位置と抑制効果

次に両制御法においてヒータの高さ位置を変えて、抑制効果を比較した。試験位置は、上部ロッド近傍 $7/8H$ (丸)、液柱高さ $1/2H$ (三角)、下部ロッド近傍 $1/8H$ (四角) の 3 箇所である。図 7(a) は局所加熱制御の結果を示し、図 7(b) は全周加熱制御の結果を示す。局所加熱制御では、制御開始直後の制御出力を記す。両図を見ると、ともに液柱高さ $1/2H$ で抑制効果が最も高く、上部ロッド近傍 $7/8H$ で最も低いことがわかる。

まず液柱高さ $1/2H$ で制御を行った場合、局所加熱制御では回転振動流を強度の弱い脈動振動流へ抑制することができた。また、全周加熱制御では振動流を二次元定常流に抑制することができた。入力を増してゆくと、両制御において抑制効果が減少に転ずるが、これはモード1を励起したためである。

一方、上部ロッド近傍で制御を行った場合、局所加熱制御では振動流を全く抑制することができなかった。制御下で脈動振動流が回転振動流に変化するなど、対流が不安定になることを確認している。全周加熱制御においても同様な傾向が見られた。

最後に下部ロッド近傍 $1/8H$ で制御を行った場合は抑制効果に差が見られた。局所加熱制御では上部

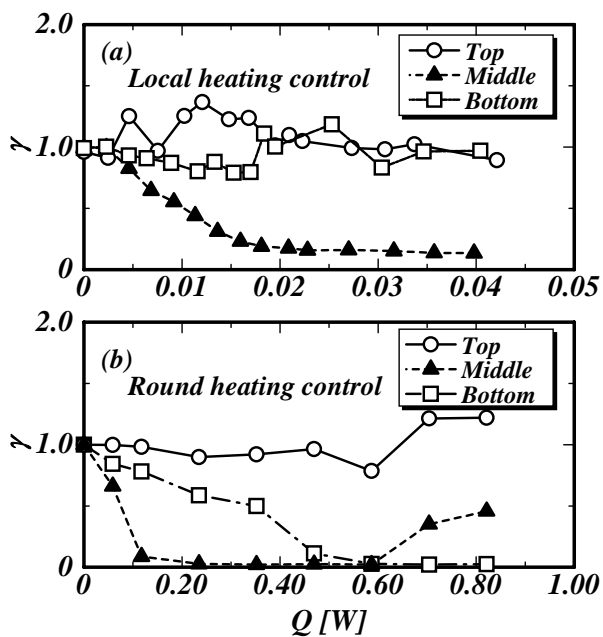


Fig. 7 Effect of the position of heater upon the control performance ($\varepsilon = 0.77$)

ロッド近傍での制御と同様に、振動流を抑制できなかった。他方、全周加熱制御では、液柱高さ $1/2H$ での制御に比べて大きな入力が必要とするものの、振動流を二次元定常流へと抑制することができた。この場合、実験範囲ではモード 1 の励起は起こらなかった。

以上から、両制御における加熱位置と抑制効果の関係に類似性が見出され、振動流の抑制に関して共通のメカニズムが存在するものと考えられる。

3.4 振動流抑制のメカニズム

全周加熱制御下の対流構造の変化から、振動流抑制のメカニズムを考察する。対流構造の観察のために、液柱の中心軸を通り、軸に平行な断面（液柱側面）に対してシート状にした半導体レーザを照射し可視化した。非制御時の対流場を図 8 に、液柱高さ $1/2H$ で制御を行い、完全な抑制が達成された場合の対流場を図 9 に示す。まず可視化写真の説明を行う。写真中の細い点線で囲まれた領域は液柱を示し、太い点線はリングヒータを表している（ヒータには焦点が合っていないため写真では見えない）。次に太線の矢印は、自由表面での軸方向下向きの流れが、下部ロッドに当たることで誘起される流れ（リターンフロー）の位置を示す。リターンフローは上部ロッド近傍の液柱表面に向かうことで、再循環渦が形成される。液柱中央付近の黒色の領域が粒子不在領

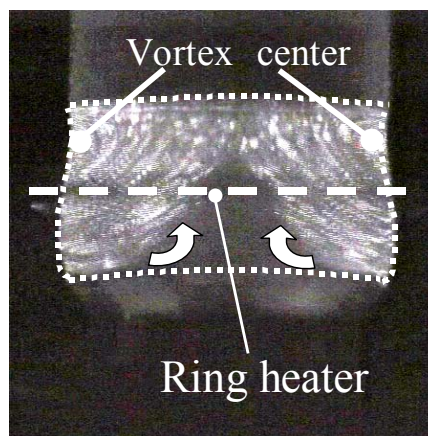


Fig. 8 Flow field illuminated by a sheet light without the control ($Q = 0$ W, at $1/2H$, $\varepsilon = 0.77$)

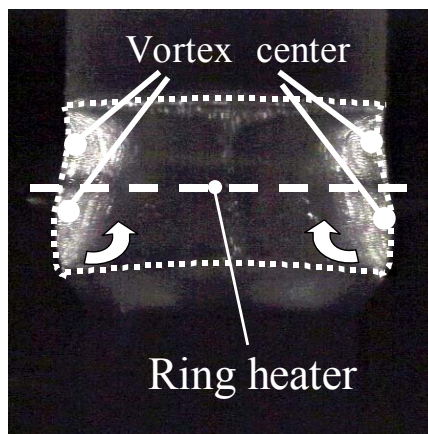


Fig. 9 Flow field illuminated by a sheet light with the control using the ring heater located at middle ($Q = 0.30$ W, at $1/2H$, $\varepsilon = 0.77$)

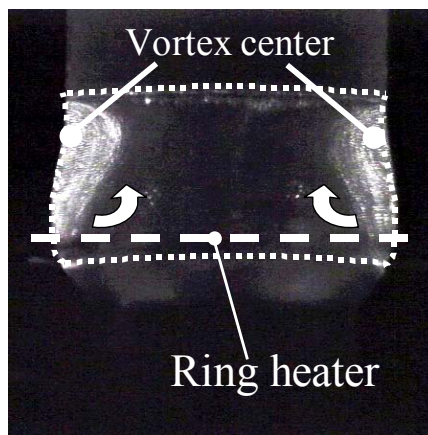


Fig. 10 Flow field illuminated by a sheet light with the control using the ring heater located at bottom ($Q = 0.70$ W, at $1/8H$, $\varepsilon = 0.77$)

域である.はじめに非制御時の対流場を観察すると、図8に示したように左右の自由表面付近に渦中心が1つずつ見られる.このとき、自由表面での軸方向下向きの流れが強いため、リターンフローは液柱中心軸付近に到達し、粒子不在領域の幅は狭い.

一方、完全な抑制が達成された際には、リターンフローが弱まり、その範囲は液柱中心軸付近に及ばなくなる.これは液柱高さ $1/2H$ を加熱することで、軸方向の温度こう配が広範囲に緩やかになり、その結果、液注表面の軸方向下向きの流れが弱まったのが原因と考えられる.自由表面での軸方向下向きの流れが振動流を駆動しており、これが弱まったため振動流がおさまったと考えられる.また、自由表面近くの流跡線を見ると、液柱高さ $1/2H$ を挟んで上下2つの定常渦が確認できる.これは、ヒータにより加熱された表面の温度がその位置で相対的に高くなり、温度差マランゴニ効果により軸方向下向きの流れが激しく減速されるため、一種のはく離効果により液柱内部の流れが形成されたと考えられる.

続いて上部ロッド付近で制御を行った場合、可視化観測によってリターンフローが強まるのが確認された.これは表面の軸方向の流れが強まったことを示しており、上部ロッド付近の表面温度が制御前に比べて高くなることで、軸方向の温度こう配がより大きくなったのが原因と考えられる.これは相対的に Ma を高めることに相当するから、振動流の抑制ができなかったものと考えられる.

最後に下部ロッド付近で制御を行った場合、可視化観測によって、リターンフローが弱まるのが確認された(図10).これは軸方向の流れが弱まったことを示しており、下部ロッド付近の表面温度が制御前に比べて高くなり、軸方向の温度こう配が小さくなったためと考えられる.これは相対的に Ma を低くしたことに相当するから、振動流の抑制ができたものと考えられる.

これらより全周加熱制御は、液柱表面の軸方向の温度こう配を変えることで、自由表面の軸方向下向きの流れを変化させ、振動流を制御する手法と捉えられる.

4. 結言

HZ 液柱内マランゴニ対流における非線形対流場

に対し、全周加熱制御を適用した.その結果、従来の局所加熱制御では達成できなかった広範囲のマランゴニ数領域で十分高い抑制効果を得ることができた.また制御下の対流場の可視化観察結果により、振動流が抑制される原因を考察した.

謝辞

本研究は、科学研究費補助金(基盤研究(B))(No.17360101)の援助を受けた.記して謝意を表す.

参考文献

- [1] Eyer, A., Leiste, H. and Nitsche, R., *J. Crystal Growth.*, **71**, (1985), 173-182.
- [2] Preisser, F., Schwabe, D. and Scharmann, A., *J. Fluid Mech.*, **126**, (1983), 545-567.
- [3] 河村洋, 小野嘉久, 上野一郎, *機論*, **67**-658, B, (2001), 1466-1473.
- [4] Velten, R., Schwabe, D. and Scharmann, A., *Phys. Fluids A3*, (1991), 267-279.
- [5] Wanschura, M., Shevtsova, V. M., Kuhlmann, H. C. and Rath, H. J., *Phys. Fluids*, **7**, (1995), 912-925.
- [6] Benz, S., Hintz, P., Riley, R. J. and Neitzel, G. P., *J. Fluid Mech.*, **359**, (1998), 165-180.
- [7] Shiomi, J., Amberg, G. and Alfredsson, H., *Phys. Rev E.*, **64**, (2001), 031205-1-031205-7.
- [8] Shiomi, J. and Amberg, G., *Phys. Fluids*, **14**, (2002), 3039-3045.
- [9] Shiomi, J. and Amberg, G., *Eur. J. Mech. B Fluids* **24**, (2004), 296-313.
- [10] Shiomi, J. and Amberg, G., *Phys. Fluids*, **17**, (2005), 1-12.
- [11] Petrov, V., Schatz, M. F., Muehlner, K. A., Vanhook, S. J., McComick, W. D., Swift, J. B. and Swinney, H. L., *Phys. Rev Lett.*, **77**, (1996), 3779-3782.
- [12] Petrov, V., Muehlner, K. A., Vanhook, S. J. and Swinney, H. L., *Phys. Rev E.*, **58**, (1998), 427-433.
- [13] Shiomi, J., Kudo, M., Ueno, I., Kawamura, H. and Amberg, G., *J. Fluid Mech.*, **496**, (2003), 193-211.
- [14] 工藤正樹, 塩見淳一郎, 上野一郎, Gustav Amberg, 河村洋, *機論*, **71**-706, B, (2005), 1617-1624.